講義ノート：初級ミクロ経済学2

増山　幸一
明治学院大学経済学部

7.　情報の経済学

7.1　不確実性と期待効用

例１：

肥料を購入するかどうか決定したい

収益＝収穫高－肥料代

	自然の状態 雨が降る	雨がない
A 肥料を用いる	50	10
B:肥料を用いない	30	30

50%の確率で雨が降る

⇒　雨が降る確率＝ｐ＝0.5；雨が降らない確率＝1－p＝0.5

計画Ａの見込み（プロスペクト）：$V_A = (50,10;0.5,0.5)$

計画Ｂの見込み（プロスペクト）：$V_B = (30,30;0.5,0.5)$

計画Ａの期待利得 $EV_A = 0.5 \times 50 + 0.5 \times 10 = 30$

計画Ｂの期待利得 $EV_B = 0.5 \times 30 + 0.5 \times 30 = 30$

肥料を購入するだろうか？

例２：ギャンブル

サイコロの目が偶数のとき、２万円もらえる

サイコロの目が奇数のとき、１万円支払う

	自然の状態 偶数	奇数
A:かける	2	-1
B:かけない	0	0

偶数の目がでる確率ｐ＝0.5

計画Ａのプロスペクト：$V_A = (2,-1;0.5,0.5)$

計画Ｂのプロスペクト：$V_B = (0,0;0.5,0.5)$

計画Ａの期待利得 $EV_A = 0.5 \times 2 + 0.5 \times (-1) = 0.5$

計画Ｂの期待利得 $EV_B = 0.5 \times 0 + 0.5 \times 0 = 0$

このギャンブルにかけるでしょうか？

<u>意思決定問題の定式化</u>

意思決定問題を定式化するために必要な要素：
(1) 行為(戦略)の集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$
(2) 自然が選択する状態集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_m\}$
(3) 行為 a_i をしたとき、自然の状態が s_j であるときに得られる利得 $c_{i,j}$

$$c_{i,j}=c(a_i,s_j),\quad i=1,2,\dots n;\quad j=1,2,\dots m$$

(4)状態 s_j が生起する確率を π_j とする、

$$\sum_{j=1}^{m}\pi_j=1$$

(5) 利得に関する望ましさを表現する効用関数 $u=u(c)$ (von Neumann-Morgenstern utility function)

行為 i を選択するとき、生じるであろう状態は $S=\{1,2,\cdots m\}$
各状態に対応する利得は $\{c_{i1},c_{i2},\cdots,c_{im}\}$
意思決定主体が信じている各状態の生起確率は $\{\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_m\},\sum_{j=1}^{m}\pi_j=1$
行為 i のプロスペクト $V_i=(c_{i1},c_{i2},\cdots,c_{im};\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_m)$、くじ(lottery)とも言う
行為 i はプロスペクト V_i を持つくじを引くことと同じ

期待効用ルール：the Neumann-Morgenstern Expected-utility Rule
プロスペクト V_i を持つくじを引いたときの効用水準 $E[u(V_i)]$ は
$E[u(V_i)]=\pi_1u(c_{i1})+\pi_2u(c_{i2})+\cdots+\pi_mu(c_{im})$
で計算できる
行為 i の期待効用＝行為 i が引起す各状態の利得に対応した基礎的効用値を生起確率を重みとして計算した平均値

期待効用仮説の応用
例：A 君の効用関数が $u(c)=(\frac{c}{100})^{1/2}$ (単位：万円)
リスクなしで 25 万円もらえるくじ a
50%の確率で 100 万円が当たるくじ b
A 君はくじ a とくじ b のどちらを選択するでしょうか？
くじ a のプロスペクト $V_a=(25,25,0.5,0.5)$
くじ b のプロスペクト $V_b=(00,0;0.5,0.5)$

$$E[u(a)]=u(25)=(\frac{25}{100})^{1/2}=\sqrt{0.25}=0.5$$

$$E[u(b)]=0.5u(100)+0.5u(0)=0.5(\frac{100}{100})^{1/2}=0.5$$

⇒ A 君にとっては、確実な所得 25 万円とくじ b は同等な効用である
A 君は、確実な所得 25 万円とくじ $B=(81,36,16;0.1,0.5,0.4)$ のどちらを選択するでしょうか？

$$u(81)=0.9,\quad u(36)=0.6,\quad u(16)=0.4$$

より、期待効用ルールから、

$E[u(B)] = 0.1u(81) + 0.5u(36) + 0.4u(16) = 0.1 \cdot 0.9 + 0.5 \cdot 0.6 + 0.4 \cdot 0.4 = 0.55$

$U(25) = 0.5$ だから、A君はくじBを選択する

<u>危険回避度</u>

定義：

リスクのあるプロスペクト $x = (M, m; \pi, 1-\pi)$ の期待値 $Ex = \pi M + (1-\pi)m$

$\bar{x} = Ex$　である

リスクを伴うくじ x と、リスクのない所得 $\bar{x}$ の受け取りのどちらかを選択するか？

(1)　リスクのあるくじ x よりも、リスクのない所得 $\bar{x}$ の方を選択するとき、つまり $U(x) < u(\bar{x})$ のとき、この主体は危険回避的(risk-averse)であるという

(2)　リスクのない所得 $\bar{x}$ の受け取りよりも、リスクのあるくじ x の方を選択するとき、つまり $U(x) > u(\bar{x})$ のとき、この主体は危険愛好的(risk-preferrer)であるという

(3)　リスクのあるくじ x と、リスクのない所得 $\bar{x}$ の選択において、どちらも無差別であるとき、$U(x) = u(\bar{x})$ のとき、この主体は危険中立的(risk-neutral)であるという

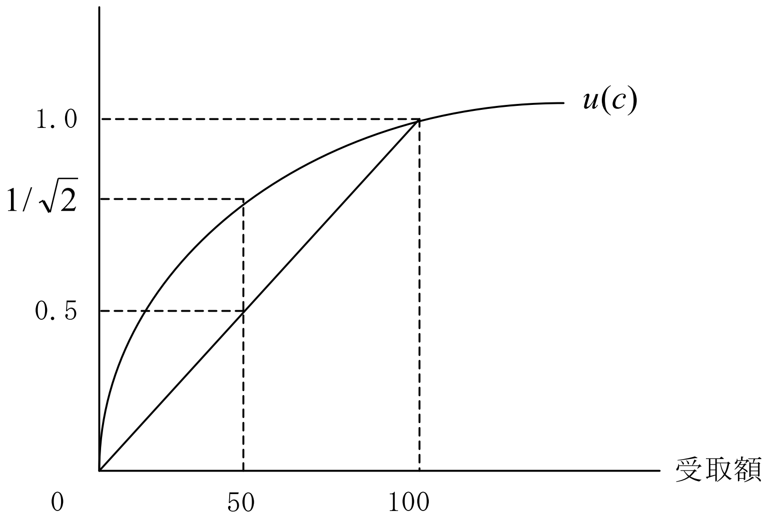
例：上記の例で使用された基礎的効用関数 $u(c) = (\frac{c}{100})^{1/2}$

くじ $x = (100, 0; 0.5, 0.5)$ の期待効用値　$U(x) = 0.5u(100) + 0.5u(0) = 0.5$

$Ex = 50 = \bar{x}$

$u(\bar{x}) = u(50) = 1/\sqrt{2} > 0.5$

よって、この主体は、危険回避的である、$U(x) < u(\bar{x})$



$U(x) = u(x^c)$ となるようなリスクなしの利得 x^c をくじ x の確実性等価額という

⇒　危険回避的であるときは常に、$x^c < \bar{x}$

$\bar{x} - x^c$ ＝リスク・プレミアム(risk premium)という

- イェンセンの不等式(Jensen's inequality)

c が確率変数であり、関数$u(c)$が 2 階微分可能であるとき、

（1）　$u''(c) < 0 \quad \Rightarrow \quad E[u(c)] < u(Ec)$

（2）　$u''(c) > 0 \quad \Rightarrow \quad E[u(c)] > u(Ec)$

（3）　$u''(c) = 0 \quad \Rightarrow \quad E[u(c)] = u(Ec)$

効用関数の例：

以下の関数のうち、危険回避的な、危険愛好的な、危険中立的な行動に対応する関数はどれでしょう

（1）　$u(c) = \ln c$

（2）　$u(c) = c^2$

（3）　$u(c) = \sqrt{c}$

（4）　$u(c) = 100 + 6c$

（5）　$u(c) = 1 - e^{-c}$

例：

異なる 3 名がおり、各主体はそれぞれ以下のような効用関数を持っている

A:　$u_A(c) = c$

B:　$u_B(c) = \sqrt{c}$

C:　$u_C(c) = c^2$

A 氏は危険中立的、B 氏は危険回避的、C 氏は危険愛好的である

彼らは以下のようなプロスペクトを持つくじに投資するオプションを持っている：

A=(480,480；0.5,0.5),

B=(850,200；0.5, 0.5),

C=(1000,0；0.5,0.5),

くじ A の期待値＝480

くじ B の期待値＝0.5×850+0.5×200＝525

くじ C に期待値＝500

危険中立的な主体 A：

$E[u_A(A)] = 480$、$E[u_A(B)] = 0.5 \cdot 850 + 0.5 \cdot 200 = 525$、$E[u_A(C)] = 0.5 \cdot 1000 = 500$

⇒　くじ B を最も選好する

危険回避的主体 B：

$E[u_B(A)] = \sqrt{480} = 21.9$、$E[u_B(B)] = 0.5\sqrt{850} + 0.5\sqrt{250} = 21.6$、$E[u_B(C)] = 0.5\sqrt{1000} = 15.8$

⇒　危険回避的な主体はくじ A を選択する

危険回避的主体 C：

$U_C(A) = 480^2 = 230400$、

$U_C(B) = 0.5 \cdot 850^2 + 0.5 \cdot 200^2 = 381250$、

$U_c(C) = 0.5 \cdot 1000^2 = 500000$

⇒　危険愛好的な主体はくじ C を選択する

7.2　保険とリスク

例：危険回避的な人の所得：500 万円／年、効用関数を $u(c)$

確率 0.01 で病気または事故のために 200 万円に減少する

保険会社：保険料 3 万円で、病気または事故が起きたとき、300 万円の保険金を支払う

	事故のとき	無事故のとき
保険に入る：a_1	200+300−3=497	500−3=497
保険に入らない：a_2	200	500
確率	0.01	0.99

a_1 のプロスペクト $V_1 = (497,497;0.01,0.99)$

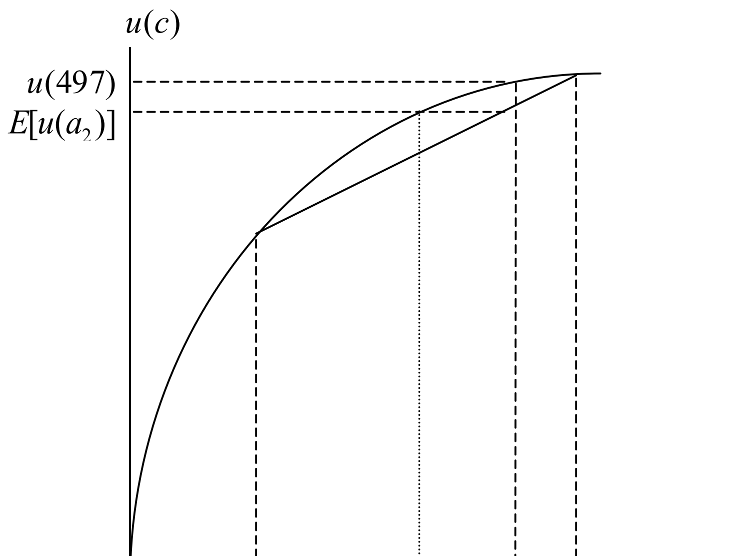
a_2 のプロスペクト $V_2 = (200,500;0.01,0.99)$

a_1 の期待利得 $EV_1 = 0.01\times 497 + 0.99\times 497 = 497$

a_2 の期待利得 $EV_2 = 0.01\times 200 + 0.99\times 500 = 497$

a_1 の期待効用＝ $E[u(a_1)] = u(497)$

a_2 の期待効用 $E[u(a_2)] = 0.01u(200) + 0.99u(500)$



この個人は危険回避的であるから、$U(a_1) = u(497) > U(a_2)$

よって、保険に入る

保険料が最大いくらまでなら保険に入るでしょうか？

$U(a_1) \le u(500 - r)$、r＝保険料

<u>一般的定式化：</u>

確率 p_1 で所得は y_1 ；確率 p_2 で（事故が起きて）所得は y_2 ； $p_1 + p_2 = 1$

$y_1 > y_2$　とする

$z = y_1 - y_2$ 事故による損失

保険会社：保険料 r で補償額 z を支払う

保険料が ar のとき補償額 az を支払う（$0 \le a \le 1$）
保険の需要量 a を決めたい
保険 a のプロスペクト $V = (y_1 - ar, y_2 + az - ar; p_1, p_2)$
期待効用　$E[u(a)] = p_1 u(y_1 - ar) + p_2 u(y_2 + az - ar)$
期待効用を最大にする a を求める
微分すると、

$$-p_1 u'(y_1 - ar)r + p_2 u'(y_2 + az - ar) = 0$$

$$p_1 u'(y_1 - ar)r = p_2 u'(y_2 + az - ar)(z - r) \quad \text{--------}①$$

(1)　保険が公正であるとき；保険会社の利潤がゼロ
$r = p_2 z$ が成立
よって、

$$(p_1 + p_2)r = p_2 z \quad \Rightarrow \quad p_1 r = p_2 (z - r)$$

①式より、

$$u'(y_1 - ar) = u'(y_2 + az - ar)$$

よって、

$$y_1 - ar = y_2 + az - ar \quad \Rightarrow \quad y_1 - y_2 = az \quad (z = y_1 - y_2)$$

$$\therefore \quad a = 1$$

全額保障の保険を購入する
(2)　保険が公正でないとき：超過利潤が存在するとき

$$r > p_2 z \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{p_1 r}{p_2 (z - r)} > 1$$

①式から、$\beta u'(y_1 - ar) = u'(y_2 + az - ar)$

$$\beta = u'(y_2 + az - ar) / u'(y_1 - ar) > 1$$

危険回避的なので、$u'' < 0$

$$y_1 - ar > y_2 + az - ar \quad \Rightarrow\Rightarrow \quad y_1 - y_2 > az \quad (z = y_1 - y_2)$$

$$\therefore \quad a < 1$$

部分的補償額の保険に入る

7.3　ポートフォリオ選択
手持ち資金　W(円)
2 種類の金融資産：安全資産(国債)、危険資産(株式)
安全資産の収益率＝ r（確実である）
危険資産の収益率＝
確率 p で θ_1；　確率 $1 - p$ で θ_2

$$\theta_1 > r > \theta_2$$

危険回避的な人が危険資産に投資するためには、
危険資産の期待収益率＞安全資産の収益率
危険資産の期待収益率＝ $p\theta_1 + (1 - p)\theta_2$

$$p\theta_1 + (1 - p)\theta_2 = r = pr + (1 - p)r$$

変形して、

$$p(\theta_1 - r) > (1-p)(r-\theta_2)$$

よって、

$$\frac{p}{1-p} > \frac{r-\theta_2}{\theta_1 - r}$$

Wのうちaの割合を株式に投資するときのポートフォリオ

株式の保有量＝aW、国債の保有量＝$(1-a)W$

期末（1年後）での富：

確率ｐで、$W_1 = (1+r)(1-a)W + (1+\theta_1)aW$

確率１－ｐで、$W_2 = (1+r)(1-a)W + (1+\theta_2)aW$

ポートフォリオのプロスペクト

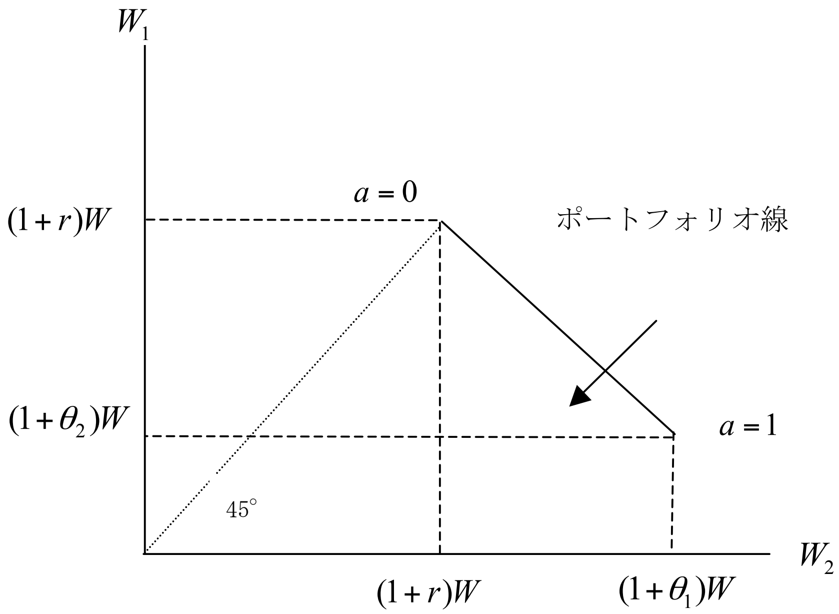
$V(a) = (W_1, W_2; p, 1-p)$

$a=0$のとき、$W_1 = (1+r)W$、　$W_2 = (1+r)W$

$a=1$のとき、$W_1 = (1+\theta_1)W$、$W_2 = (1+\theta_2)W$

期末の富(W_1, W_2)は、　$a=0$の点から$a=1$の点を結ぶ直線

傾きは＝$\dfrac{r-\theta_2}{\theta_1 - r}$



ポートフォリオの期待収益$EV(a) = pW_1 + (1-p)W_2$

$a=0$のとき、$EV(a) = pW_1 + (1-p)W_2 = (1+r)W$

効用関数を$u(c)$　とする

ポートフォリオの期待効用$U(a) = pu(W_1) + (1-p)u(W_2)$

効用値を一定にするときの、(W_1, W_2)の組合せはいわゆる無差別曲線

$$dU = pu'(Wc_1)dW_1 + (1-p)u'(W_2)dW_2 = 0$$

無差別曲線の接線の勾配は

$$M(W_1, W_2) \equiv -\frac{dW_2}{dW_1} = \frac{pu'(W_1)}{(1-p)u'(W_2)}$$

確実なケース：状態 1 が生起したときと、状態 2 が生起したときとで同じ利得

⇒　$W_1 = W_2$　確実なケースは 45 度線上に対応

45 度線上で、無差別曲線の勾配は＝$\dfrac{p}{1-p}$

危険回避的な主体の無差別曲線は原点に対して凸

$u'' < 0$ という条件から説明できる

ポートフォリオ線上で最大の期待効用をもたらす点

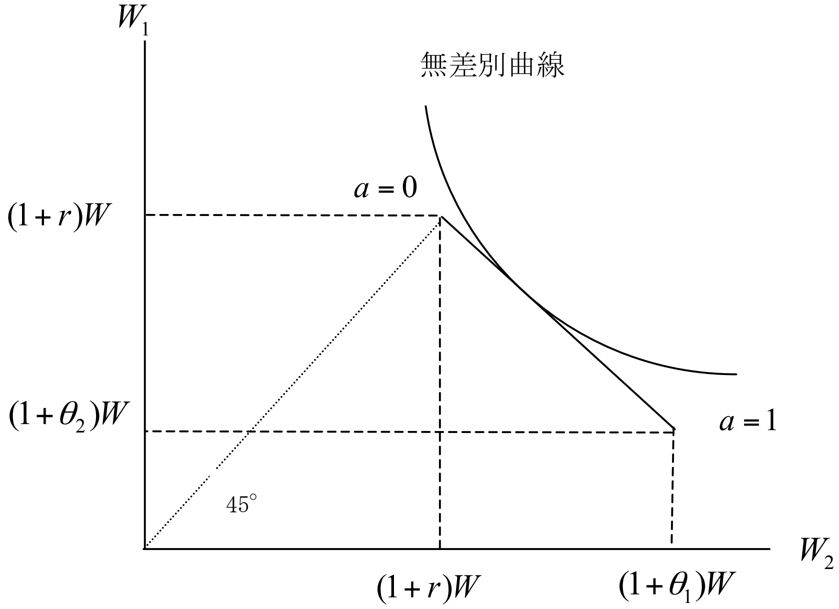
ポートフォリオ線と無差別曲線が接する点

無差別曲線の接線の傾き＝$\dfrac{r-\theta_2}{\theta_1 - r}$　となる点

よって

$$\frac{pu'(W_1)}{(1-p)u'(W_2)} = \frac{r-\theta_2}{\theta_1 - r}$$

が成立する



$\dfrac{r-\theta_2}{\theta_1 - r} = \dfrac{p}{1-p}$ である場合、$\dfrac{pu'(W_1)}{(1-p)u'(W_2)} = \dfrac{p}{1-p}$ となり

期待効用最大化点は 45°線上に位置する

7.4　モラル・ハザード問題

契約取引：依頼人－代理人関係の成立

依頼人（プリンシパル）＝契約取引において、業務を依頼する主体

代理人（エージェント）＝契約取引において、業務を依頼された主体

例：

(1)　労働契約：経営者(プリンシパル)は労働者(エージェント)に各種の作業業務を依頼する
(2)　経営契約：株主(プリンシパル)は経営者(エージェント)により多くの利益が出るように会社経営を委託する
(3)　医療契約：患者(プリンシパル)は医師(エージェント)に病気の治療を依頼する

依頼人(プリンシパル)の利害と代理人(エージェント)の利害の不一致
➪　代理人は依頼人の利益を犠牲にして自己利益の最大化を図る動機が存在
　　代理人のモラル・ハザード(moral hazard)が生じる：エージェンシー問題
　　　代理人の行為が観察不可能のとき、深刻な病理現象となる

例：
(1)　株主は経営者の行為を観測できないので、経営者は自らの利益を大きくするように行動する
(2)　経営者は営業マンの営業活動をすべてモニターできないので、営業マンが営業車や映画館で昼寝をする。
(3)　患者は医療行為の詳細を知りえないので、医師が余分な医療行為をしても分からない。

例：銀行融資におけるモラル・ハザード
各企業は二つの投資プロジェクトを持っている
　各プロジェクトの投資資金＝I(=100)
どちらか一方のプロジェクトのみが選択可能である

	成功したときの収入	失敗したときの収入	成功確率
プロジェクト1	R_1^S (=150)	K (=100)	p_1 (=2/3)
プロジェクト2	R_2^S (=160)	K (=100)	p_2 (=1/2)

各プロジェクトの投資資金＝I(=100)

タイプ1のプロジェクトからの期待収益　＝　$E(R_1) = p_1 \cdot R_1^S + (1 - p_1) \cdot K = 133.33$
タイプ2からの期待収益　＝　$E(R_2) = p_2 \cdot R_2^S + (1 - p_2) \cdot K = 130$
　社会的には、タイプ1のプロジェクトに投資するほうが望ましい.

銀行が課す融資の金利＝r
銀行の期待収益は
　タイプ1　$p_1(1+r)I + (1-p_1)K$
　タイプ2　$p_2(1+r)I + (1-p_2)K$
　　タイプ1の期待収益率＝$rp_1 + (1-p_1)(K/I-1) = rp_1$
　　タイプ2の期待収益率＝$rp_2 + (1-p_2)(K/I-1) = rp_2$
銀行は預金者に20%の金利を支払う約束をしている
　20%の期待収益率を確保するためには、$rp_i = 0.2$
　　タイプ1のプロジェクトへの融資では、ｒ＝30%

タイプ２のプロジェクトへの融資では、r＝40％

どちらのタイプのプロジェクトに投資しても銀行の期待収益は 120

企業の期待利潤

タイプ１のプロジェクト　＝　$E(\pi_1) = p_1[R_1^S - (1+r)I] + (1-p_1)\max[0, K-(1+r)I]$

タイプ２のプロジェクト　＝　$E(\pi_2) = p_2[R_2^S - (1+r)I] + (1-p_2)\max[0, K-(1+r)I]$

プロジェクトが失敗するとき、有限責任制より企業の利益はゼロ

タイプ１のプロジェクトの期待利潤＞タイプ２のプロジェクトの期待利潤

$p_1[R_1^S - (1+r)I] > p_2[R_2^S - (1+r)I]$

➪　利子率は 20％以下でなければならない

金利が 20％以下であれば、企業はタイプ１のプロジェクトに投資する.

金利が 20％を超えるとき、企業家はタイプ２のプロジェクトに振り向ける

銀行の持つ情報と企業家の持つ情報が非対称である場合、

銀行が企業家の投資行動を観察できないとき、

銀行がタイプ１のプロジェクトに投じるだろうと期待して、30％の金利で融資を行うとき

タイプ１からの企業の期待利潤＝$\frac{2}{3}(150-130) = 13.33$

タイプ２からの企業の期待利潤＝$\frac{1}{2}(160-130) = 15$

企業家はタイプ２のプロジェクトに資金を投じる動機が生まれる

モラル・ハザードが発生する.

7.5　逆選択問題

契約を締結するとき、依頼人が代理人の能力や品質を十分に知らないなら

➪　代理人は自己に関する情報を偽って契約を取り結ぼうとする

逆選択(adverse selection)という

中古市場の例：

中古車の所有者は、その車の性能について熟知している.

中古車の買い手は、その車の性能について判断できない

中古車全体のうち、性能のよい車＝1/3、

性能の悪い車(ポンコツ車：レモンという＝2/3

売り手は、性能のよい車を 30 万円以上で売りたい、レモンを 10 万円以上で売りたい

買い手は、性能のよい車を 40 万円以下で買いたい、レモンを 20 万円以下で買いたい

買い手がどの車がポンコツ車であるかを判別できないとき、

市場から購入できる中古車の平均価値　$\frac{1}{3}40 + \frac{2}{3}20 = 26.7$ 万円

中古車市場での価格が 30 万円以上であるとき、

市場には性能のよい車とポンコツ車が共に供給される

➪ 買い手にとって、車 1 台の平均価値は 26.7 万円

市場から中古車を買おうとはしない

➪ 中古車に対する需要量はゼロ

➪ 市場価格が下落

市場価格が 26.7 万円未満となるとき、

26.7<30 ➪ 市場にはポンコツ車だけが供給される

買い手はこのことを知っている

中古車市場にはポンコツ車だけが供給されていると予想する

買い手はポンコツ車の価値を 20 万円と評価

買い手は市場価格が 20 万円以下にまで下落しなければ車を購入しない

こうして、市場価格が 20 万円に下落する

➪この結果、市場にはポンコツ車だけが供給され、市場価格は 20 万円となる

グレシャムの法則が成立

例：信用割当

企業 1：タイプ 1 のプロジェクトをもつ

企業 2：タイプ 2 のプロジェクトを持つ

	成功したときの収入	失敗したときの収入	成功確率
プロジェクト 1	R_1^S (=130)	K (=100)	p_1 (=2/3)
プロジェクト 2	R_2^S (=140)	K (=100)	p_2 (=1/2)

各プロジェクトの投資資金＝I(=100)

プロジェクト 1 の期待収益 $E(R_1)=p_1R_1^S+(1-p_1)K=120$

プロジェクト 2 の期待収益 $E(R_2)=p_2R_2^S+(1-p_2)K=120$

銀行が課す融資の金利＝r

企業 1 の期待利潤 $E(\pi_1)=p_1[R_1^S-(1+r)I]+(1-p_1)\max[0,K-(1+r)I]$

企業 2 の期待利潤 $E(\pi_2)=p_2[R_2^S-(1+r)I]+(1-p_2)\max[0,K-(1+r)I]$

プロジェクトが失敗したときは、企業家の受け取りはゼロ $K<(1+r)I$

各企業は、融資の金利が期待利潤を非負とする条件を満たす限り融資を受ける

$$E(\pi_1)=p_1[R_1^S-(1+r)I]\geq 0,\quad E(\pi_2)=p_2[R_2^S-(1+r)I]\geq 0$$

参加制約(partcipation constraint)という

これらの参加制約を満たす貸出金利

企業 1 への融資の金利：30%以下である必要

企業 2 への融資の金利：40%以下

➪ 金利が貸出金利が 30%を超えて高くなると、

良質な企業(企業 1)が貸出市場から退出し、貸出市場には低質な企業(企業 2)だけが残る

逆選択が起こる

良質な企業とそうでない企業を識別できない銀行にとって、

貸出金利を引上げるにつれて期待利益が単調に増加するわけでない
理由：貸出金利の上昇が相対的に不利な扱いとなる優良企業を市場から退出させる
融資の対象企業は債務不履行の可能性が高い企業ばかりとなる

この逆選択問題を避ける単純な方法：
貸出金利を 30%以上に引き上げず、金利を固定した状態で、
融資先企業数を制限すること
いわゆる信用割当を行うこと

7.6　シグナリングとスクリーニング

契約取引で
情報を持っていない主体が逆選択を避けるためにとる行動＝スクリーニング
情報を持っている方の主体が自らの品質を開示するために行う行動＝シグナリング